LÖSUNGEN

Seite 17

Wenn vier Menschen auf einem Quadratmeter stehen, dann hat jeder eine Fläche von 50 mal 50 Zentimeter für sich – das ist noch einigermaßen gemütlich. Rechnet man das auf die Fläche des Bodensees um, dann passen 2,1 Milliarden Menschen darauf. Also ein Drittel der Menschheit!

Seite 26

Der Trick besteht darin, auszurechnen, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass alle Geburtstage *verschieden* sind. Bei zwei Personen ist die Wahrscheinlichkeit, dass B an einem anderen Tag Geburtstag hat als A, $^{364}/_{365}$. Wenn eine Person C dazu kommt, dann hat C in 363 von 365 Fällen einen Geburtstag, der von A und B verschieden ist. Und so weiter! Man multipliziert also

$$\frac{364 \cdot 363 \cdot 362 \ldots}{365 \cdot 365 \cdot 365 \ldots}$$

und das so lange, bis der Wert kleiner als ½ ist. Das ist bei 23 Personen der Fall. Ab da ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle Geburtstage verschieden sind, kleiner als 50 Prozent – also haben mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 50 Prozent zwei Personen am selben Tag Geburtstag!

Seite 34

Winterdienst: Die 10 Schneepflüge schaffen die Arbeit in 9 Minuten.
Whisky und Wasser: Man kann die Lösung mit einem Dreisatz herausbekommen, aber auch durch Nachdenken. Es ist nachher wieder gleich viel Flüssigkeit in beiden Gläsern, also muss genauso viel Wasser im Whisky sein wie Whisky im Wasser!

Seite 46

Die Durchschnittsgeschwindigkeit ist nicht das arithmetische Mittel der beiden Geschwindigkeiten (10 km/h), sondern es ist

$$v = \frac{2 \cdot v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2} = 9{,}6$$

(Das ist das so genannte harmonische Mittel der Geschwindigkeiten.)
Zur Erläuterung: Wenn die Strecke zwischen A und B die Länge s Kilometer hat, dann braucht der Jogger auf dem Hinweg (mit 12 km/h) entsprechend der Gleichung $t = {}^{s}/_{v}$ die Zeit

$$t_1 = \frac{s}{12}$$

Auf dem Rückweg braucht er (mit 8 km/h) länger, nämlich

$$t_2 = \frac{s}{8}$$

Die Durchschnittsgeschwindigkeit berechnet sich, indem man die Gesamtstrecke durch die Gesamtzeit teilt, also

$$v = \frac{2s}{t_1 + t_2} = \frac{2s}{\frac{s}{12} + \frac{s}{8}} = \frac{2s}{\frac{3s + 2s}{24}} = \frac{48s}{5s} = 9{,}6$$

Seite 58

Es wird 420-mal geküsst, und 315-mal werden Hände geschüttelt. (Tipp: Wir gehen davon aus, dass Ehemann und Ehefrau zusammen nach Hause gehen und sich daher nicht voneinander verabschieden!)

Seite 69

Keiner hat Recht. Alle drei Argumente haben etwas für sich – es gibt keine eindeutige »gerechte« Methode, den Sieger einer solchen Wahl zu bestimmen.

Seite 81

Wenn in 55 Prozent der Haushalte nur eine Person lebt, dann leben in 45 Prozent der Haushalte mindestens zwei Personen. Wenn es genau zwei Personen wären, dann lebten in 100 Haushalten insgeamt 145 Personen (55 + 2 · 45) und der Anteil der allein Lebenden betrüge etwa 38 Prozent. Tatsächlich ist er aber noch kleiner, da es ja auch Haushalte mit noch mehr Personen gibt.

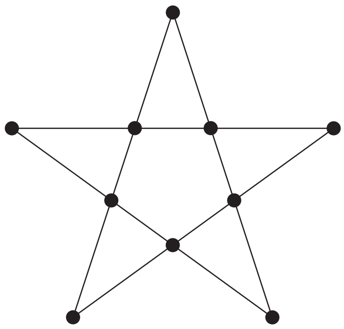
Seite 95

Die Zahl aller möglichen Mantelverteilungen beträgt bei *n* Mänteln *n!* (»*n*-Fakultät«, das ist das Produkt 1 · 2 · 3 · … · *n*). Die Frage ist: Bei wie vielen dieser sogenannten Permutationen gibt es mindestens einen »Fixpunkt«, also einen Gast, der seinen eigenen Mantel bekommt? Dazu sucht man zunächst nach den fixpunktfreien Permutationen, bei denen alles durcheinander gerät. Mit ein wenig Überlegung bekommt man heraus, dass man die Zahl f_n der fixpunktfreien Permutationen von *n* Mänteln aus den Zahlen f_{n-1} und f_{n-2} errechnen kann:

$$f_n = (n-1) \cdot (f_{n-1} + f_{n-2})$$

Wenn man diese Zahlen berechnet, angefangen mit $f_{1=1}$ und $f_{2=1}$, dann ist schon für 6 Mäntel der Anteil der fixpunktfreien Permutationen etwa 36,7 Prozent und ändert sich für größere Zahlen kaum noch (der Anteil ist $^1/_e$, wobei *e* die im Buch mehrmals auftauchende Eulersche Zahl ist). Das heißt: Die Wahrscheinlichkeit ist 63,3 Prozent, dass mindestens einer seinen eigenen Mantel bekommt!

Seite 110



Seite 121

Auch hier liegt ein typisches Simpson-Paradox vor. Die Tabelle zeigt: In jeder Altersgruppe haben die Nichtraucher bessere Überlebenschancen. Die Gesamtschau, bei der die Raucher scheinbar besser abschneiden, ist verzerrt: Von ihnen erreichen weniger überhaupt das 65. Lebensjahr als von den Nichtrauchern. Deshalb ist die Gruppe der Nichtraucher im Schnitt älter als die der Raucher, und nur aus diesem Grund ist ihr Todesrisiko insgesamt höher.

Seite 136

Wenn die von Hasselhoff im Sand zurückgelegte Strecke s_1 ist und die im Wasser s_2, dann braucht der Retter insgesamt die Zeit

$$t = \frac{s_1}{5} + \frac{s_2}{2}$$

Mit dem Satz des Pythagoras kann man für jeden Punkt *x*, an dem der Retter ins Wasser geht, die entsprechende Zeit bestimmen. Dies ergibt eine Funktion *t(x)*, deren Minimum man bestimmt. Ergebnis: Am besten läuft er fast bis zu dem Punkt, an dem die Wasserstrecke am kürzesten ist, genau gesagt: Er sollte 7,80 Meter vorher ins Wasser gehen.

Seite 151

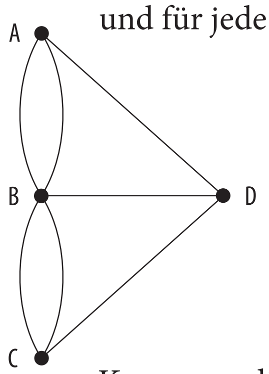
Auch hier hilft ein Trick: Man stellt sich vor, dass man den zweiten Stein *unter* den ersten schiebt, dann den dritten unter den zweiten, sodass die Gesamtkonstruktion gerade noch hält. Wenn ein Stein zwei Einheiten breit ist, dann muss man den zweiten Stein um eine Einheit verschoben unter den ersten legen. Die nächsten Steine verschieben sich um ½, ⅓, ¼ Einheit und so weiter. Der Zuwachs wird immer kleiner, man erhält die Formel

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \ldots$$

Diese Folge hat aber keinen Grenzwert – sie wächst über alle Maßen. Man kann also mit den Steinen eine beliebig große Entfernung überbrücken!

Seite 163

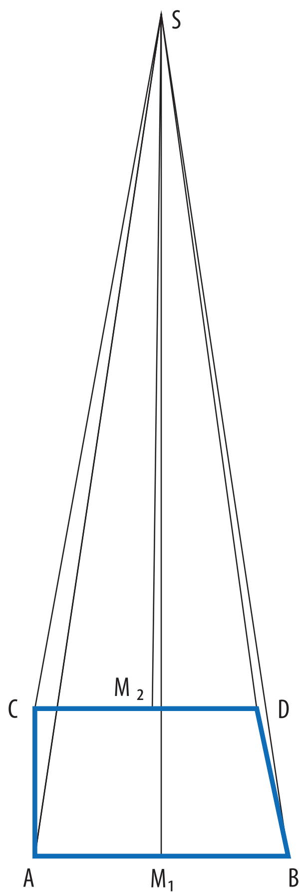
Man löst das Problem, indem man die vier Ufer A, B, C, D jeweils als Punkt darstellt und für jede Brücke eine Linie zwischen diesen Punkten zeichnet:



Kann man diesen Graphen in einem Strich zeichnen (wie das »Haus vom Nikolaus«)? Wenn das ginge, dürfte es höchstens zwei Punkte geben, von denen eine ungerade Anzahl von Linien ausgeht (den Anfangs- und den Endpunkt). Bei allen anderen geht für jede ankommende Linie auch wieder eine ab. In der Zeichnung geht aber von jedem Punkt eine ungerade Anzahl von Linien ab – also ist der Sonntagsspaziergang unmöglich.

Seite 173

Der Fehler liegt in der Zeichnung. Der Punkt S liegt nämlich viel weiter oben – er würde gar nicht auf diese Seite passen. Deshalb hier eine Zeichnung mit einem rechten Winkel und einem von etwa 80 Grad, das Prinzip ist dasselbe. Man sieht, dass das Dreieck BDS »außen« liegt und daher die ganze Argumentation zusammenbricht:



Seite 185

»Die Frequenz der Rohre ist umgekehrt proportional zum Quadrat ihrer Länge« – das bedeutet:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{{l_2}^2}{{l_1}^2}$$

Wenn die Frequenz doppelt so hoch sein soll, dann muss das Rohr die ursprüngliche Länge geteilt durch Wurzel 2 haben.

Seite 204

Die Angaben führen zu einem Gleichungssystem mit zwei Unbekannten. Wenn k das Alter des Kindes ist und m das der Mutter, dann gilt:

$$k = m - 21$$
$$5 \cdot (k + 6) = m + 6$$

Man kann beide Gleichungen nach m auflösen:

$$m = k + 21$$
$$m = 5k + 24$$

Also ist

$$k + 21 = 5k + 24$$
$$4k = -3$$
$$k = -\frac{3}{4}$$

Als Lösung für das Kindesalter kommt also eine negative Zahl heraus – minus 9 Monate.

Seite 216

Der Radius eines Kreises ist der Umfang geteilt durch 2π. Verlängert man das Band um einen Meter, so wächst der Radius um $1/2\pi = 0{,}16$ Meter. Das Band steht also rund um den Globus um 16 Zentimeter ab – mehr als genug Platz für die Maus!